

Brisures de symétrie et transitions de phase dans les automates cellulaires stochastiques

Nazim Fatès

nazim.fates@loria.fr

Inria Nancy Grand Est – équipe MaIA du LORIA



Rencontres ACP, Paris, 10-11 janvier 2013

Turing 1952

Philosophical Transactions of the Royal Society of London
Series B, Biological Sciences, Vol. 237, 1952, pp. 37-72.

[37]

THE CHEMICAL BASIS OF MORPHOGENESIS

By A. M. TURING, F.R.S. *University of Manchester*

(Received 9 November 1951—Revised 15 March 1952)

It is suggested that a system of chemical substances, called morphogens, reacting together and diffusing through a tissue, is adequate to account for the main phenomena of morphogenesis. Such a system, although it may originally be quite homogeneous, may later develop a pattern or structure due to an instability of the homogeneous equilibrium, which is triggered off by random disturbances. Such reaction-diffusion systems are considered in some detail in the case of an isolated ring of cells, a mathematically convenient, though biologically unusual system. The investigation is chiefly concerned with the onset of instability. It is found that there are six essentially different forms which this may take. In the most interesting form stationary waves appear on the ring. It is suggested that this might account, for instance, for the tentacle patterns on *Hydra* and for whorled leaves. A system of reactions and diffusion on a sphere is also considered. Such a system appears to account for gastrulation. Another reaction system in two dimensions gives rise to patterns reminiscent of dappling. It is also suggested that stationary waves in two dimensions could account for the phenomena of phyllotaxis.

The purpose of this paper is to discuss a possible mechanism by which the genes of a zygote may determine the anatomical structure of the resulting organism. The theory does not make any new hypotheses; it merely suggests that certain well-known physical laws are sufficient to account for many of the facts. The full understanding of the paper requires a good knowledge of mathe-

Morphogenèse dans la nature



source : www.images-photos-plongee.com

Morphogenèse dans la nature



source : www.photo-libre.fr

Morphogenèse et brisure de symétrie

Le problème de la morphogenèse pose la question des mécanismes impliqués dans la différentiation cellulaire.

Interprétation générale : brisure de symétrie.

Deux définitions de la symétrie :

- ▶ def. positive : même propriété selon une association
- ▶ def. négative : impossibilité à discerner deux états ou deux situations, invariance

ex. la relativité galiléenne est une symétrie
(expérience de pensée de l'homme dans la cale du navire)

Exemples de brisures de symétrie

Belousov-Zhabothinsky (1950)

rides sur le sable



touslesinsolites.wordpress.com



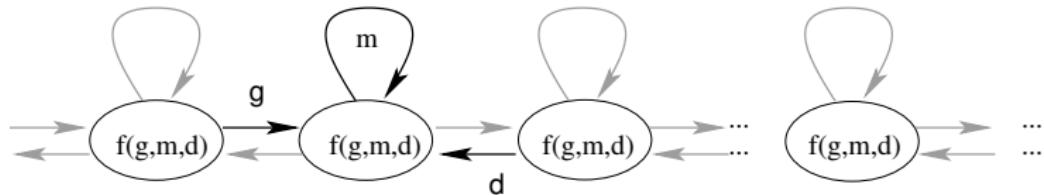
www.kazeo.com

brisure de symétrie temporelles ? ->
expériences de synchronisation de pendules

en général : augmentation de “l’ordre” dans un système dissipatif...

...
Commençons par
la première dimension ...

Automates Cellulaires Élémentaires



256 règles; code décimal, ex. majorité = 232_w

000	001	010	011	100	101	110	111
0	0	0	1	0	1	1	1

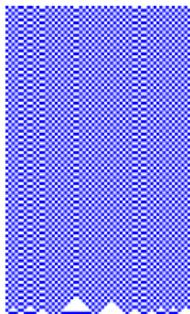
diagrammes espace-temps :

classe I



250_w

classe II



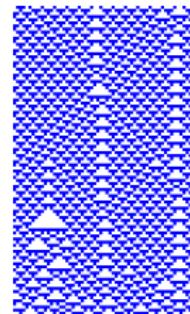
50_w

classe III



90_w

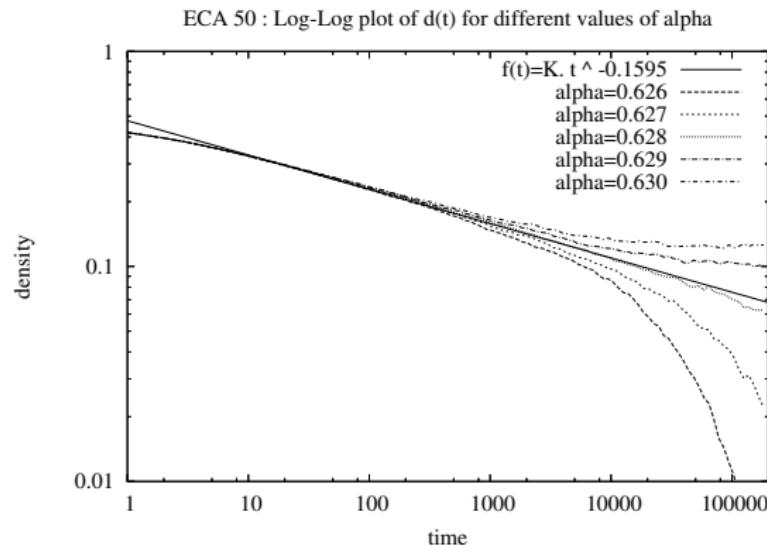
classe IV



54_w

α -synchronisme dans les ACE

effets divers : robustesse totale, partielle, etc.

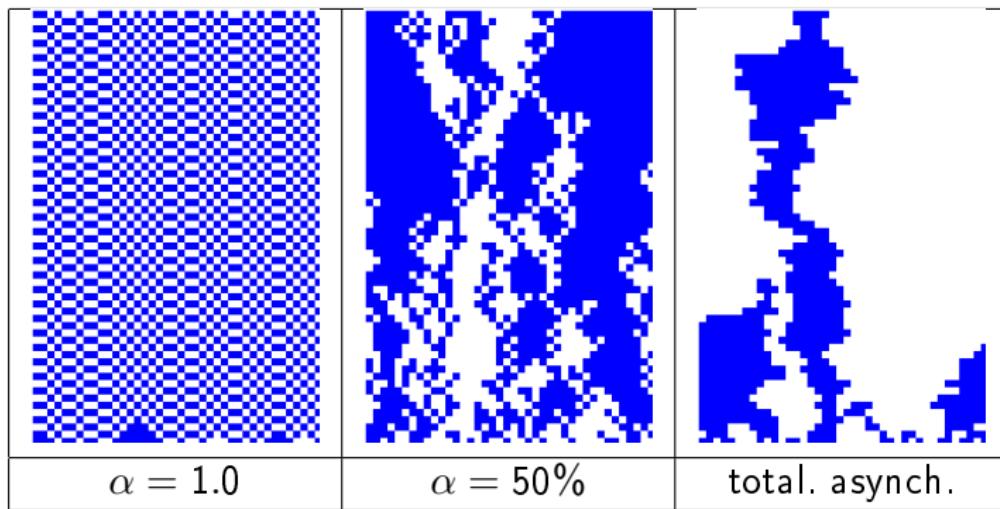


observation densité : percolation dirigée pour 7 ACE (non-équiv.)

et s'il y symétrie par rapport à 0/1 ?...

Exemple : convergence vers un point fixe uniforme

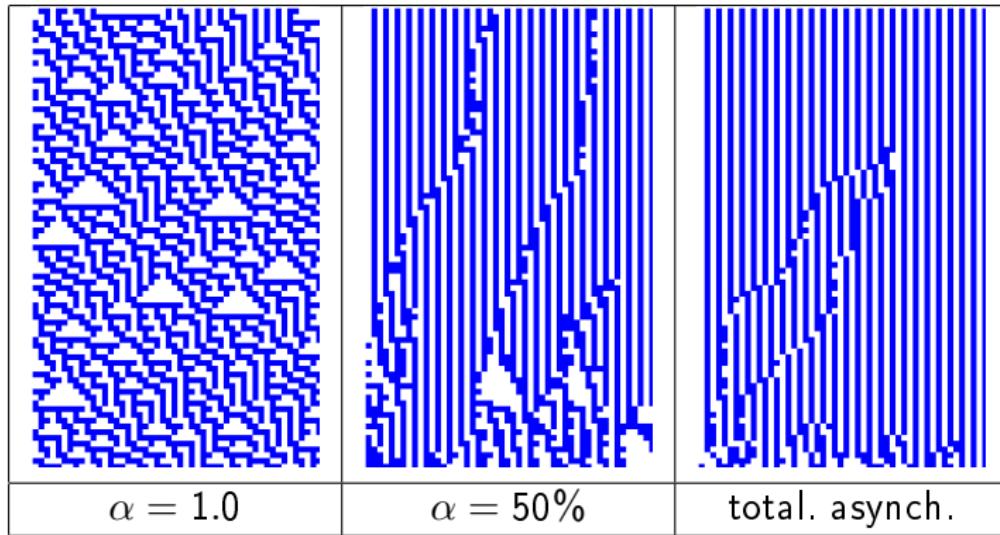
ECA 178 :	000	001	010	011	100	101	110	111
	0	1	1	1	1	1	1	0



seuil critique $\alpha_c \sim 0.410$; pour $\alpha < \alpha_c$ "choix" entre 0^* et 1^*

Exemple : formation de motif

ECA 30 :	000	001	010	011	100	101	110	111
	0	1	1	1	1	0	0	0



seuil critique : $\alpha_c \sim 0.65$

Autres motifs : (001) ACE 45, (0011) ACE 37

...
passons à la dimension 2...

Premier exemple

règle de minorité :

- ▶ prendre l'état minoritaire dans son voisinage

expériences :

- ▶ règle synchrone, totalement asynchrone, α -synchrone
- ▶ voisinage de von Neumann, Moore, hexagonal

Observations de Regnault et al.

observation fine de la dynamique de brisure de symétrie :
dynamique rapide / lente

Questions :

- ▶ mesure de la transition de phase ? classe d'universalité ?
- ▶ généralité du phénomène ?

4846

D. Regnault et al. / Theoretical Computer Science 410 (2009) 4844–4855

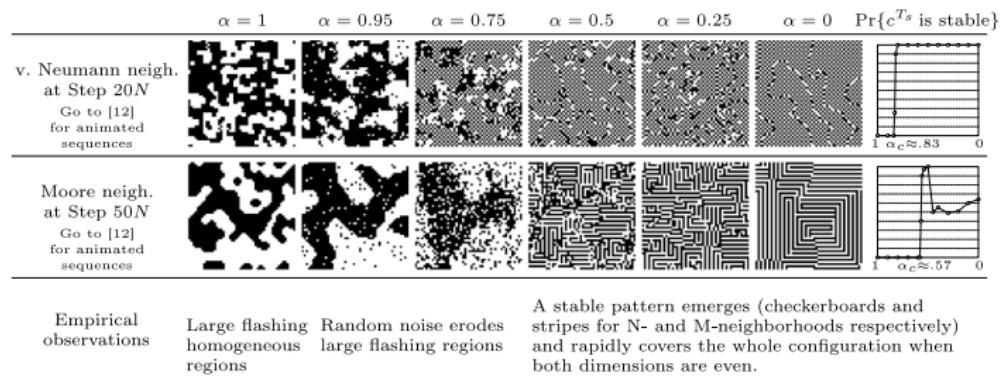
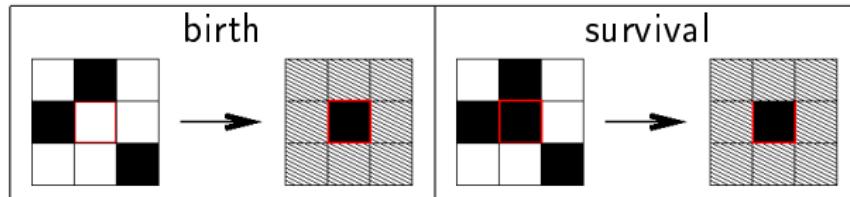


Fig. 1. 2D **Minority** under different α -asynchronous dynamics with $N_{50} = 50 \times 50$ cells. The last column gives, for $\alpha \in [0, 1]$, the empirical probability that an initial random configuration converges to a stable configuration before time step $T_s \cdot N_{50}$ where $T_s = 1000$ and $T_s = 2000$ for the von Neumann and Moore neighborhoods respectively.

Autre exemple : jeu de la vie généralisé

N_V : nombre de voisins 1 dans le 8-voisinage, transition :

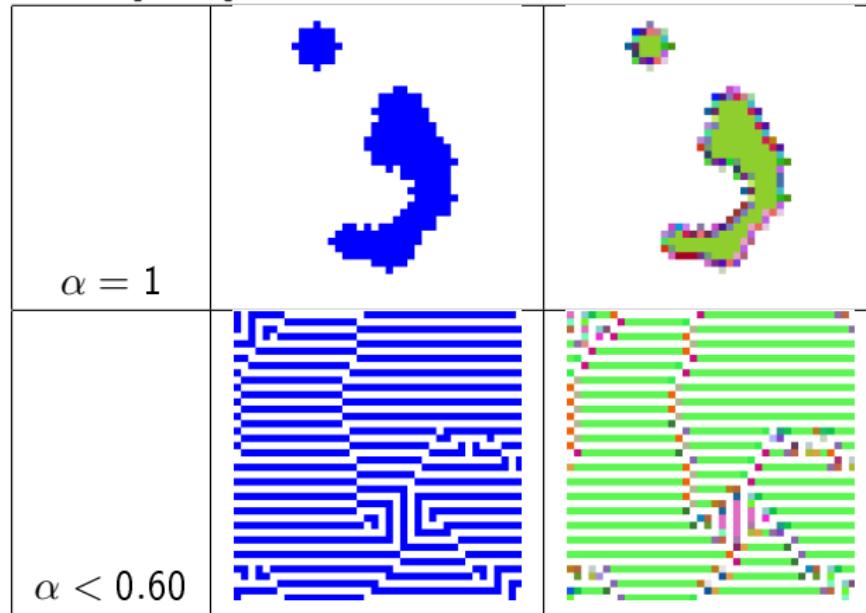
- ▶ **naissance** (mort \rightarrow vivant),
si $\min N \leq N_V \leq \max N$; reste à mort sinon.
- ▶ **survie** (vivant \rightarrow vivant)
si $\min S \leq N_V \leq \max S$; meurt sinon.



code : $[\min N \max N \min S \max S]_L$, Jdlv Conway 1970 : $[3323]_L$

Quelques observations éparses

règle : $[0323]_L$



Question : en synchrone, la règle “clignote” : général ?

Question : rayures “parfaites” pour α proche de $\alpha_c \sim 0.6$?

suite Jeu de la Vie étendu : variétés

règle : $[0323]_L$

$\alpha = 1$	$\alpha = .5$	idem.

règle : $[2525]_L$

$\alpha = 0.80$	$\alpha = .79$	$\alpha = .78$

maille hexagonale, voisinage de Moore étendu

règle : $[3323]_L$ hexagonal (Life)

$\alpha = 1.0$	$\alpha = 50\%$	total. asynch.

règle : $[3635]_L$ extended Moore

$\alpha = 1.0$	$\alpha = 5\%$	total. asynch.

Métastabilité (type 1)

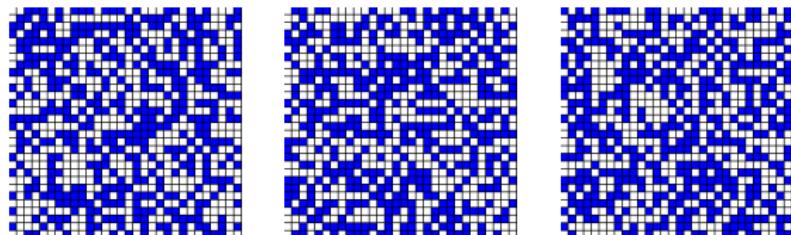
def. : l'observation du comportement à court terme ne permet pas d'inférer le comportement asymptotique

exemple : espace des règles “totalisantes” , voisinage von Neumann

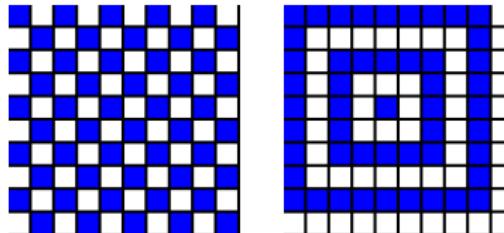
T10 :

s	0	1	2	3	4	5
$f(s)$	0	1	0	1	0	0

evolutions :

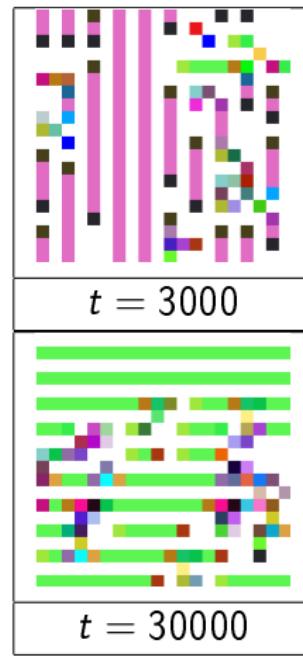
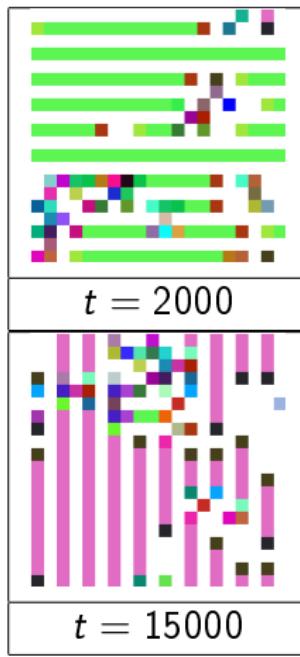
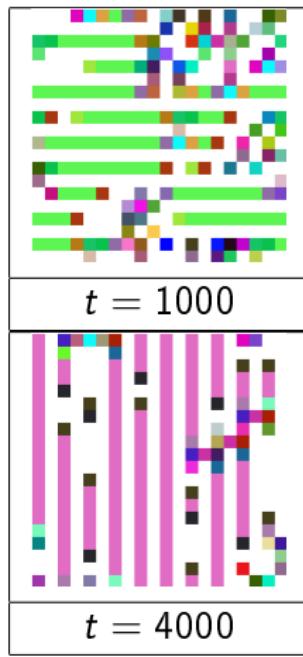


points fixes :



Métastabilité (type 2)

asynchronisme + bruit; exemple : $[0323]_L$, $\alpha = 0.60$, $\epsilon = 0.1$



Questions

L'asynchronisme comme fenêtre sur l'univers des ACP
nombreux types de brisures de symétrie

mécanisme : transitions de phase désordre (partiel) vers ordre

- ▶ Quelle classe d'universalité des transitions de phase ?
- ▶ Quels motifs peut-on faire apparaître ?
- ▶ Y a-t-il un lien entre motifs et voisinages ?
- ▶ Comment étudier les états métastables ?
- ▶ Comment explorer exhaustivement ces espaces ?
- ▶ Quid du passage à l'infini ?

Questions (suite)

Comment expliquer l'origine asymétrie des organismes biologiques ?

problème difficile ! faut-il remonter au big-bang ?



merci de votre attention